№ 2 практикалық сабақ.
Шексіз аз және шексіз үлкен тізбектер.
Тізбектің шегі

1-Анықтама. $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ тізбегі шексіз үлкен деп аталады, егер $\forall\varepsilon>0\ \ \exists n_\varepsilon\in N$, $\forall n\ge n_\varepsilon$ $|x_n|>\varepsilon$.

Есеп. № 43 а) $x_n=(-1)^n n$ тізбегі шексіз үлкен екенін дәлелдеу.

Шешімі. $\forall\varepsilon>0.$ $|x_n|>\varepsilon \iff |(-1)^n n|>\varepsilon \iff n>\varepsilon.$ $n_\varepsilon=[\varepsilon]+1.$

2-Анықтама. $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ тізбегі шексіз аз деп аталады, егер $\forall\varepsilon>0\ \ \exists n_\varepsilon\in N$, $\forall n\ge n_\varepsilon$ $|x_n|<\varepsilon$.

Есеп. № 42 б) $x_n=\dfrac{1}{n!}$ тізбегі шексіз аз екендігін көрсету.

Шешімі. $\forall\varepsilon>0.$ $|x_n|<\varepsilon \iff \left|\dfrac{1}{n!}\right|<\varepsilon \iff \dfrac{1}{n!}<\varepsilon.$

$$\frac{1}{n!}=\frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n}<\frac{1}{1\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2}=\frac{1}{2^{n-1}},\ \frac{1}{2^{n-1}}<\varepsilon. \Rightarrow\ 2^{n-1}>\frac{1}{\varepsilon}\iff n-1>\log_2\frac{1}{\varepsilon}\Rightarrow$$

$$n_\varepsilon=\left[\log_2\frac{1}{\varepsilon}\right]+1.$$

3-Анықтама. $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ тізбегі a санына жинақталады дейді, егер

$a=\lim\limits_{n\to\infty}x_n$, - если $\forall\varepsilon>0\ \ \exists n_\varepsilon\in N$, $\forall n\ge n_\varepsilon$ $|x_n-a|<\varepsilon$.

Есеп **№41** $x_n=\dfrac{n}{n+1}$. Дәлелдеу керек: $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=1$.

Решение. $\forall\varepsilon>0.$ $|x_n-1|<\varepsilon \iff \left|\dfrac{n}{n+1}-1\right|<\varepsilon \iff \left|\dfrac{n-n-1}{n+1}\right|<\varepsilon \iff \dfrac{1}{n+1}<\varepsilon \iff$

$$n>\frac{1}{\varepsilon}-1\ \Rightarrow\ n_\varepsilon=\left[\frac{1}{\varepsilon}-1\right]+1=\left[\frac{1}{\varepsilon}\right].$$